#Mathebuddy – Lösungen zum Ausstiegstest

- Die folgenden Lösungen dienen deiner Selbstkontrolle.
- Die dargestellten Lösungswege sind kurz gehalten.
- Bei den meisten Aufgaben sind auch andere Lösungswege möglich.

Kapitel 1 – Aufgabe A

(1) $\left(\frac{3}{5}+2\right)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{3}{5}+\frac{10}{5}\right)\cdot\left(\frac{9}{6}-\frac{4}{6}\right)=\frac{13}{{}_1\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}^1}{6}=\frac{13}{6}$

(2) $\left(\frac{7}{6}\right)^2\cdot 12=\frac{7^2}{6^2}\cdot\frac{12}{1}=\frac{49}{{}_3\cancel{36}}\cdot\frac{\cancel{12}^1}{1}=\frac{49}{3}$

Kapitel 1 – Aufgabe B

$\frac{3}{8}\cdot 72=27;\qquad \frac{1}{3}\cdot 72=24;\qquad 72-27-24=21$

Danach sind noch 21 kg Kartoffeln übrig.

Kapitel 2 – Aufgabe A

$130\,\% \mathrel{\widehat{=}} 52$ €
$10\,\% \mathrel{\widehat{=}} 4$ €
$100\,\% \mathrel{\widehat{=}} 40$ €

Im Vorjahr hat das Medikament 40 € gekostet.

Kapitel 2 – Aufgabe B

$0,8\cdot 0,8\cdot 1,5=0,96$

Die Mitgliederzahl in den drei Jahren insgesamt um 4 % gesunken.

Kapitel 3 – Aufgabe A

$$1 - \left(\frac{9}{10}\right)^4 = 1 - \frac{6561}{10\,000} = 1 - 0{,}6561 = 0{,}3439$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einer von vier Keksen Leons Lieblingsspruch enthält, beträgt ungefähr 34 %.

Kapitel 3 – Aufgabe B

$$\frac{5}{11} \cdot 88 = 40; \qquad 88 - 40 = 48; \qquad 48 : 3 = 16; \qquad 2 \cdot 16 = 32$$

Von den 88 Bonbons in der Tüte schmecken 40 nach Zitrone, 16 nach Apfel und 32 nach Kiwi.

Kapitel 4 – Aufgabe A

$$20 \cdot \left(5 \cdot a \cdot b^3\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{10} \cdot a \cdot b^2\right)^3 = 20 \cdot 5^2 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 \cdot a^3 \cdot b^6$$
$$= 20 \cdot 25 \cdot \frac{27}{1000} \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot b^6 \cdot b^6 = \frac{27}{2} \cdot a^5 \cdot b^{12}$$

Kapitel 4 – Aufgabe B

(1) $\left(x^7 + x^5 + x^3 + x\right) \cdot \left(x^2 - 1\right) = x^9 - x^7 + x^7 - x^5 + x^5 - x^3 + x^3 - x = x^9 - x$
$= \left(x^8 - 1\right) \cdot x = \left(x^4 + 1\right) \cdot \left(x^4 - 1\right) \cdot x = \left(x^4 + 1\right) \cdot \left(x^2 + 1\right) \cdot \left(x^2 - 1\right) \cdot x$
$= \left(x^4 + 1\right) \cdot \left(x^2 + 1\right) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot x$ richtig

(2) Hier ist das Rechnen mit Potenzen schief gelaufen. Korrekt umgeformt erhalten wir:

$$\left(64 \cdot a^6 \cdot b\right)^{\frac{1}{3}} \cdot (3 \cdot b)^4 = 4 \cdot a^2 \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot 81 \cdot b^4 = 324 \cdot a^2 \cdot b^{\frac{13}{3}}$$

Kapitel 5 – Aufgabe A

(1) $3 - 2x = \frac{1}{5} \cdot (x + 10) \quad \Leftrightarrow \quad 15 - 10x = x + 10 \quad \Leftrightarrow \quad 5 = 11x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{5}{11}$

(2) $\frac{1}{4}x^2 + 1 = \frac{9}{4}x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 4 = 9x - 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 9x + 8 = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - 1)(x - 8) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \text{oder} \quad x = 8$

Kapitel 5 – Aufgabe B

$$\begin{cases} 6x + 6y = 6 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \overset{3\cdot\text{II}-2\cdot\text{I}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} 6x + 6y = 6 \\ -9y = 9 \end{cases} \overset{\text{II}:(-9)}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} 6x + 6y = 6 \\ y = -1 \end{cases} \overset{y\text{ in I}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Kapitel 6 – Aufgabe A

$$\frac{{}^{1}\cancel{12} \cdot a^3 \cdot b^4}{{}_{5}\cancel{25} \cdot c^2 \cdot b} \cdot \frac{{}^{4}\cancel{20} \cdot c^3}{{}_{4}\cancel{48} \cdot a \cdot b} = \frac{4 \cdot a^3 \cdot b^4 \cdot c^3}{5 \cdot 4 \cdot a \cdot b^2 \cdot c^2} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot c}{5} = \frac{1}{5} \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c$$

Kapitel 6 – Aufgabe B

$$\frac{x+3}{x-1} + \frac{3x}{3x+2} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad (x+3)(3x+2) + (3x)(x-1) = 2(x-1)(3x+2)$$
$$\Leftrightarrow \quad 3x^2 + 11x + 6 + 3x^2 - 3x = 2(3x^2 - x - 2) \quad \Leftrightarrow \quad 6x^2 + 8x + 6 = 6x^2 - 2x - 4$$
$$\Leftrightarrow \quad 10x = -10 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$$

Das Ergebnis ist keine Nullstelle der beiden Nenner und daher wirklich eine Lösung.

Kapitel 7 – Aufgabe A

$\beta = 180° - 90° - \alpha \approx 90° - 23° = 67°$

$z^2 + x^2 = y^2 \quad \Leftrightarrow \quad z^2 = 6{,}5^2 - 6{,}0^2 \quad \Leftrightarrow \quad z^2 = 6{,}25 \quad \Leftrightarrow \quad z = 2{,}5$

(Negative Größen wie $-2{,}5$ können hier als Seitenlängen des Dreiecks nicht auftreten.)

Kapitel 7 – Aufgabe B

Für eine Diagonale d der Grundfläche gilt (lt. Satz des Pythagoras): $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

Eine halbe Diagonale bildet mit der Höhe und der Seitenkante ein rechtwinkliges Dreieck.

Der Satz des Pythagoras ergibt hierfür : $\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = s^2$

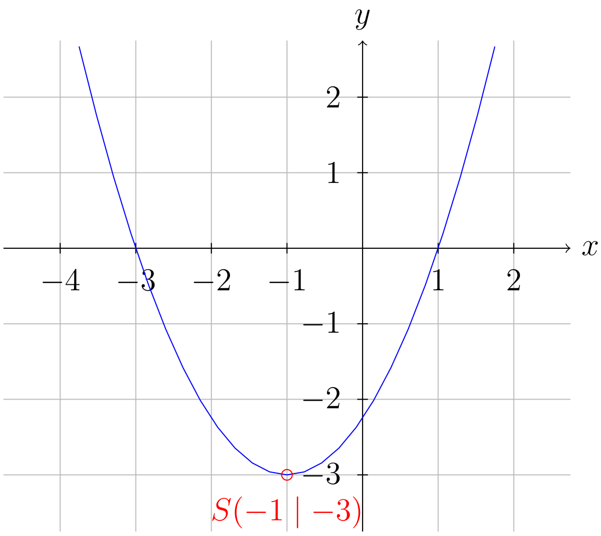
Wegen $\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{4} = \frac{a^2}{2}$ erhält man durch Einsetzen $\frac{a^2}{2} + (8\,\text{cm})^2 = (10\,\text{cm})^2$ und damit:

$a^2 = 72\,\text{cm}^2 \quad \Longleftrightarrow \quad a = \sqrt{72}\,\text{cm} = 8{,}485\ldots\,\text{cm} \approx 8{,}5\,\text{cm}$

Kapitel 8 – Aufgabe A

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \cdot \left(x^2 + 2x - 3\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(x^2 + 2x + 1 - 1 - 3\right)$$
$$= \frac{3}{4} \cdot \left((x+1)^2 - 4\right) = \frac{3}{4} \cdot (x+1)^2 - 3$$

Die quadratische Funktion hat also den Scheitelpunkt $S(-1 \mid -3)$.



Kapitel 8 – Aufgabe B

$$0 = 3x^4 + 21x^3 + 18x^2 \quad \Leftrightarrow \quad 0 = x^4 + 7x^3 + 6x^2 \quad \Leftrightarrow \quad 0 = x^2\left(x^2 + 7x + 6\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad 0 = x^2(x+1)(x+6) \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{oder} \quad x = -1 \quad \text{oder} \quad x = -6$$

Kapitel 9 – Aufgabe A

$$a_1 = \frac{5-3}{4+33} = \frac{2}{37}; \qquad a_2 = \frac{5-6}{8+33} = -\frac{1}{41}; \qquad a_3 = \frac{5-9}{12+33} = -\frac{4}{45}$$

Wegen $\quad a_n = \dfrac{5-3n}{4n+33} = \dfrac{-3+\frac{5}{n}}{4+\frac{33}{n}} \quad$ gilt: $\quad \lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\dfrac{3}{4}$

Kapitel 9 – Aufgabe B

$a = 2$

Kapitel 10 – Aufgabe A

$$f'(x) = 2 \cdot (3x+5) \cdot 3 \cdot e^{-x+2} + (3x+5)^2 \cdot e^{-x+2} \cdot (-1) = \left(6 \cdot (3x+5) - (3x+5)^2\right) \cdot e^{-x+2}$$
$$= (3x+5) \cdot (6 - (3x+5)) \cdot e^{-x+2} = (3x+5) \cdot (-3x+1) \cdot e^{-x+2}$$

Kapitel 10 – Aufgabe B

$f'(x) = \frac{3}{5}x^5 - 3x; \qquad f''(x) = 3x^4 - 3; \qquad f'''(x) = 12x^3$

Nullstellen der 2. Ableitung:
$0 = 3x^4 - 3 \quad \Leftrightarrow \quad 0 = x^4 - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \text{oder} \quad x = -1$

Einsetzen in die 3. Ableitung:
$f'''(1) = 12 \neq 0 \quad \text{und} \quad f'''(-1) = -12 \neq 0$

Also sind -1 und 1 die Wendestellen von f.

Kapitel 11 – Aufgabe A

$$\int_{-3}^{3} 2x^3 - 3x + 1\,dx = \left[\frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + x\right]_{-3}^{3} = 30 - 24 = 6$$

Kapitel 11 – Aufgabe B

Mögliche Lösungen sind z. B.:

$f_1(x) = x - 1; \quad f_2(x) = (x-1)^3; \quad f_3(x) = 0; \quad f_4(x) = \begin{cases} -1 & \text{für} \quad x < 1 \\ 1 & \text{für} \quad x \geq 1 \end{cases}$

Kapitel 12 – Aufgabe A

$a = -3 \quad \text{oder} \quad a = 3$

Kapitel 12 – Aufgabe B

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -14 \end{pmatrix}$$